

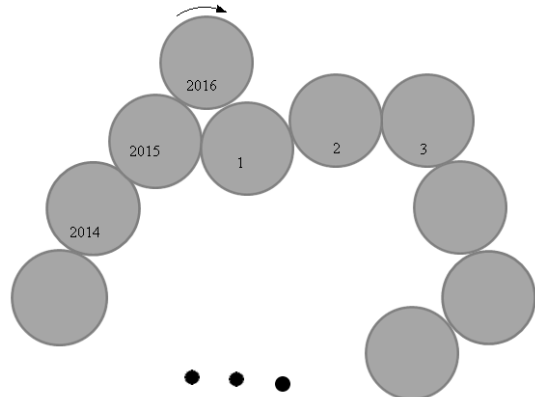
Завдання (перша частина)
IV Миколаївського обласного відкритого турніру юних математиків
імені професора В.М. Лейфури
(2015 рік)

1. “Трійкова система числення”

Скільки існує натуральних чисел менших за 3^n , таких, що в їх запису в трійковій системі числення цифри 0 та 1 не стоять поруч?

2. “Монетний ланцюжок”

Є 2016 монет по 5 копійок. 2015 монет розташовано у вигляді замкненого ланцюжка так, щоб кожна монета ланцюжка дотикалася до двох інших (див. рисунок). 2016-а монета котиться зовнішнім боком ланцюжка без ковзання, дотикаючись по черзі кожної з 2015-и монет. Скільки обертів зробить ця монета, коли вона повернеться у вихідне положення?



3. “Траєкторія точки”

Півкруг з діаметром AB “котиться” по прямій без ковзання.

3.1. Визначте траєкторію точки A .

3.2. Визначте траєкторію середини діаметра AB .

4. “Трикутник і криві другого порядку”

На гіперболі $y = \frac{1}{x}$ взято дві точки $M(x_0; y_0)$ і $N(-x_0; -y_0)$, симетричні відносно початку координат. Коло з центром у точці M проходить через точку N та перетинає гіперболу ще в трьох точках A , B , C . Доведіть, що ABC – правильний трикутник.

5. “Пари простих чисел”

Знайдіть усі пари $(p; q)$ простих чисел, для яких виконується рівність $p^3 - q^7 = p - q$.

6. “Найменша відстань”

Знайдіть найменшу відстань від точки на колі одиничного радіусу з центром в початку координат до точки на графіку квадратного тричлена, який перетинає вісь ординат при $y = -2$, а вісь абсцис – при $x = \pm 2$.