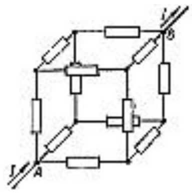
Біноміальні коефіцієнти та задача про опір ребер багатовимірного кубу

Олександр Новицький
Миколаївський муніципальний колегіум, Україна, polcena5426@mksat.net

1. Introduction.



Задача про електричний опір куба виготовленого з металевого дроту при проходженні електричного струму від однієї вершини до іншої, якщо він підключений до джерела при умові, що електричний опір кожного ребра якого становить один Ом має красиві геометричні та алгебраїчні закономірності, зокрема пов'язані з властивостями біноміальних коефіцієнтів.

Метою моєї роботи є дослідження властивостей біноміальних коефіцієнтів у різних системах числення та побудова різних узагальнень та аналіз часткових випадків запропонованої задачі. Відповідно до поставленої мети визначено *завдання*: навчитися використовувати властивості біноміальних коефіцієнтів та застосувати їх для розв'язання задач прикладного характеру на прикладі моделі *n* – вимірних кубів. *Об'єктом* дослідження є властивості біноміальних коефіцієнтів, позиційні системи числення та математичні структури, *n* – вимірні куби.

2. Abstract.

В роботі досліджено властивості парності біноміальних коефіцієнтів за розкладом чисел *m* і *n* у двійковій системі числення та знаходження максимальної степені двійки на який ділиться біноміальний коефіцієнт. Досліджені властивості біноміальних коефіцієнтів в трикутнику Лейбніца, зроблені узагальнення, обчислено опір ребер *n* – вимірних кубів.

3. Theoretical part.

В роботі представлено основні теоретичні відомості, які є фундаментом роботи, а саме ми розглянули властивості біноміальних коефіцієнтів, вагомі математичні структури, такі як трикутник Лейбніца та Паскаля. Розв'язано задач 1: «Біноміальні коефіцієнти та системи числення», та задач 2: «Суми та біноміальні коефіцієнти».

4. Experimental part.

Прикладним змістом розширення задачі 2 є знаходження опору між двома точками з сумою координат 0 та *n*, для моделі *n* – вимірного кубу з опором ребер 1 Ом.

5. Main Results.

Теорема 1. $d_q(n) = n - K_q(n)$ - максимальна степінь двійки на яку ділиться число n!

Теорема 2. Якщо q – просте число, то $d_q(n) = \dfrac{n - K_q(n)}{q-1}$ максимальна степінь q на яку ділиться n!.

Теорема 3. Для натуральних $n \geq 2k$ $S_n(k) = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{1}{i\,C_{i+k}^{k}} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{(k-1)!\,n!}{(n+k)!}$, $\lim_{n\to\infty} S_n(k) = \dfrac{1}{k}$.

6. Discussion.

Робота була представлена на Всеукраїнському конкурсі-захисті науково-дослідницьких робіт учнів-членів Малої академії наук України у 2013 році та посіла 3 місце в секції прикладної математики. Частково результати докладались автором в рамках XIV (2012р. м.Черновці) та XV (2013р.м. Севостопіль) Всеукраїнських математичних турнірах (3 місце).

References

1. Ежов И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И., Элементы комбинаторики. перев.с укр. М., «Наука», 1977, -80 С.
2. В.М. Лейфура Вибрані задачі з теорії чисел. Миколаїв, МДПІ, 1995.- 97С.
3. Джордж Пойа Математическое открытие. – М. Наука, 1976 год, 448С.
4. Недемеиер Ф., Смородинский Я. А. Сопротивление ребер многомерного куба. Науч.-популярный физ.-мат. журнал АН и АПН СССР. Квант. 1986. №6. 21-24с.
5. Завдання для відбірних етапів XIV Всеукраїнського турніру юних математиків. http://ukrtym.blogspot.com/p/xiv-2011.html, XV Всеукраїнського турніру юних математиків. http://ukrtym.blogspot.com/p/xiv-2012.html,