МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕПАРТАМЕНТ ОСВІТИ І НАУКИ МИКОЛАЇВСЬКОЇ ОБЛАСТНОЇ ДЕРЖАВНОЇ АДМІНІСТРАЦІЇ
МИКОЛАЇВСЬКЕ ОБЛАСНЕ ТЕРИТОРІАЛЬНЕ ВІДДІЛЕННЯ МАН УКРАЇНИ

Відділення: математика
Секція: Прикладна математика

ФРАКТАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ АВТОРСЬКОГО ПРИНТУ В ДИЗАЙНІ

Роботу виконала:
Марцин Олена
учениця 10 класу
Миколаївської спеціалізованої школи І-ІІІ ступенів мистецтв і прикладних ремесл експериментального навчального закладу всеукраїнського рівня «Академія дитячої творчості» Миколаївської міської ради

Науковий керівник:
Левченко Олена Євгенівна вчитель математики МСШ "АДТ", спеціаліст вищої категорії, вчитель-методист.
Гозян Наталія Іванівна керівник гуртка-методист МОЦНТТУМ

Науковий консультант:
Воробйова Алла Іванівна, кандидат фіз.-мат н., доцент кафедри ІІС ЧНУ ім. П. Могили

Миколаїв 2020

МИКОЛАЇВСЬКЕ ОБЛАСНЕ ТЕРИТОРІАЛЬНЕ
ВІДДІЛЕННЯ МАН УКРАЇНИ
Анотація

Марцин Олена
учениця 10 класу
Миколаївської спеціалізованої школи I-III ступенів мистецтв і прикладних ремесл експериментального навчального закладу всеукраїнського рівня «Академія дитячої творчості» Миколаївської міської ради

Науковий керівник: Левченко О.Є. вчитель математики МСШ "АДТ", спеціаліст вищої категорії, вчитель-методист.
Гозян Н.І.- керівник гуртка-методист МОЦНТТУМ

ФРАКТАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ПОБУДОВИ АВТОРСЬКОГО ПРИНТУ В ДИЗАЙНІ

Актуальність роботи: оскільки фрактальна наука ще досить молода та не вивчається в шкільній програмі, то вона відома невеликому кругу людей. Але через здатність описувати предмети та явища з точністю до найдрібніших деталей, вона є перспективним напрямком науки, і тому тема є актуальною.

Мета роботи: розгляд основних понять теорії фракталів і визначення можливості її застосування для побудови дизайнерського принту та фрактальних шпалер.

Проаналізувати внесок науки математики у світовий розвиток науки, стимулювавши це тим, що математичні знання є актуальними на ринку праці та відкрити (донести до здобувачів освіти) нові сторони цієї науки - фрактали; Фрактали використовують у таких галузях, як: природознавство, радіотехніка, інформатика, біологія. За свою красу фрактали подобаються людям, що займаються мистецтвом.

Для досягнення мети автором було вирішено ряд задач:

- розкрито означення фракталу в математиці,
- наведено класифікацію фракталів та побудова деяких з них.
- відбулось знайомство з інверсією фракталів на електронному ресурсі // Інформаційний портал Йельского університету (Yale University \США).
- використовуючи геометричний метод створено авторський фрактальний принт, орнамент та фрактальні шпалери.

Об’єкт дослідження: фрактали.

В результаті спростован міф про «нудну математику», показавши її з іншого боку. В нас час математика фактично охопила весь світ. Без неї не можливо обійтись майже не в одній сфері життя. Математика – відображення навколишнього світу, середовища. Ми проаналізували внесок науки математики у світовий розвиток та відкрити нові сторони цієї науки, розкрили пізнавальні скарбниці предмету. Ми сподіваємося, що наша робота допомогла зацікавити вас такою наукою, як математика.

Ключові слова: фрактал, геометричний фрактал, самоподібность, інверсія.

Зміст

ВСТУП

Актуальність.

У природі існує безліч самоподібних об'єктів. Їх називають фракталами. Вони відіграють у нашому житті неабияку роль. Фрактали використовують у таких галузях, як: природознавство, радіотехніка, інформатика, біологія. За свою красу фрактали подобаються людям, що займаються мистецтвом.

Мета роботи: дізнатися, як можна використовувати фрактали в мистецтві.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні завдання:

- вивчити літературу про фрактали;
- виявити види фракталів;
- дізнатися, як будуються фрактали;
- з'ясувати, які фрактали можна застосувати в мистецтві;
- провести опитування на тему: «Чи можуть використовуватися фрактали в мистецтві?»;
- проаналізувати отримані результати;
- зробити висновки про виконану роботу.

Гіпотеза.

За умови, що людина знає про види і принципи побудови фракталів, чи зможе вона застосувати їх в мистецтві.

Основні методи дослідження:

- теоретичний аналіз;
- опитування;
- вивчення і узагальнення;
- проектування.

Там, де навколишній світ перестає бути ареною особистих надій і бажань, де ми як вільні істоти, сумніваючись і розмірковуючи, споглядаємо його в подиві, там ми вступаємо в царство мистецтва і науки. Якщо ми описуємо побачене і відоме з досвіду мовою логіки - це наука; якщо ж уявляємо в формах, внутрішні взаємозв'язки яких недоступні нашій свідомості, але які інтуїтивно сприймаються як осмислені, - це мистецтво. І для мистецтва, і для науки загальним є захоплення чимось вартим вище особистого, вільним від умовного.

А. Ейнштейн

РОЗДІЛ I Фрактали в математиці.

1.1 Класифікація фракталів.

Все, що створено людиною, обмежено площинами. Коли зустрічається об’єкт у природі, то спочатку можна побачити, що описати його форму можна лише наближено й допоможуть у цьому фрактали. Де закінчуються правильні форми Евклідової геометрії, там зустрічаються фрактали.

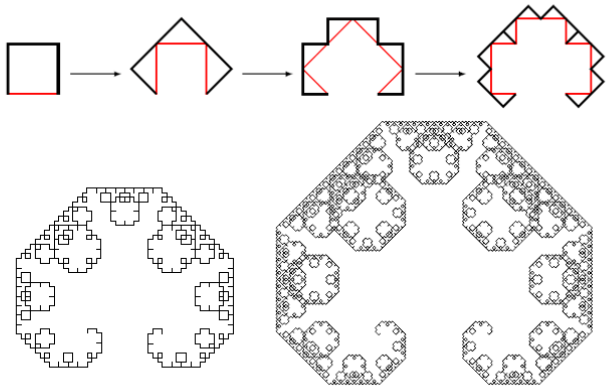
Факта́л (лат. fractus — подрібнений, дробовий) – нерегулярна, самоподібна структура. У широкому розумінні фрактал означає фігуру, малі частини якої в довільному збільшенні є подібними до неї самої.

Об'єкти, які тепер називаються фракталами, досліджувались задовго до того, як їм було дано таку назву. В етноматематиці, наприклад, в роботах Рона Еглаша "Африканські фрактали", задокументовано поширені фрактальні геометричні фігури в мистецтві тубільців. У 1525 році німецький митець Альбрехт Дюрер опублікував свою працю “Керівництво художника”, один із розділів якої має назву "Черепичні шаблони, утворені пентагонами". Пентагон Дюрера багато в чому є схожим на килим Серпінського, але замість квадратів використовуються п'ятикутники. Джексон Поллок (американський експресіоніст 50-тих років) малював об'єкти, дуже схожі на фрактали.

Ідею самоподібних кривих, котрі складаються із частин, схожих на ціле, було далі розвинено Полем П'єром Леві, який у своїй роботі "Криві та поверхні на площині та у просторі", виданій 1938 року, описав нову фрактальну криву, відому тепер як Крива Леві.

Глобальний перелом стався тільки в 1960-1970-х роках, коли французький математик Бенуа Мандельброт придумав і розвинув свою теорію фракталів. Це була нова фрактальна геометрія, яка взяла за об'єкт дослідження все те нерівне, поламане і шорстке, що нас оточує (тобто майже все). І Мандельброт знайшов у складних формах природи свій дивовижний порядок.

Бенуа Мандельброт (1924-2010) - французький математик, засновник фрактальної геометрії. Вперше про те, що не варто записувати в невпорядковане те, що ми не можемо описати евклідовою геометрією, висловився ще Річард Бентлі, британський вчений XVII століття:



«Вся краса відносна. Ми не повинні думати, що береги океану спотворені і деформовані, тому що вони не схожі на рівну стіну; і ми не повинні думати, що гори мають неправильну форму, тому що вони не є правильними пірамідами або конусами; і ми не повинні думати, що зірки невміло розташовані на небі, раз вони знаходяться на різній відстані від нас. Це неприродні неточності - вони здаються такими тільки на нашу уяву» .

Бенуа Мандельброт придумав і вперше вжив термін «фрактал» (від лат. Fractus зламаний) зовсім недавно - в 1975 році. [1]

Розглянемо основні властивості фракталів:

- ✓ вони мають тонку структуру, містять досить малі масштаби;
- ✓ вони занадто нерегулярні, щоб бути описаними традиційною геометричною мовою;
- ✓ вони мають деяку форму самоподібності, допускаючи наближену.

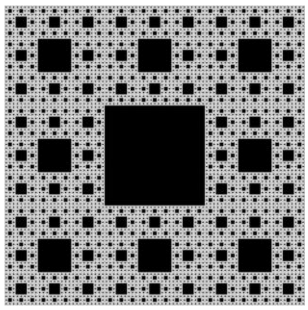
Види фракталів:

- ✓ геометричні (конструктивні)
- ✓ алгебраїчні (динамічні)
- ✓ стохастичні

1.2. Геометричні (конструктивні) фрактали.

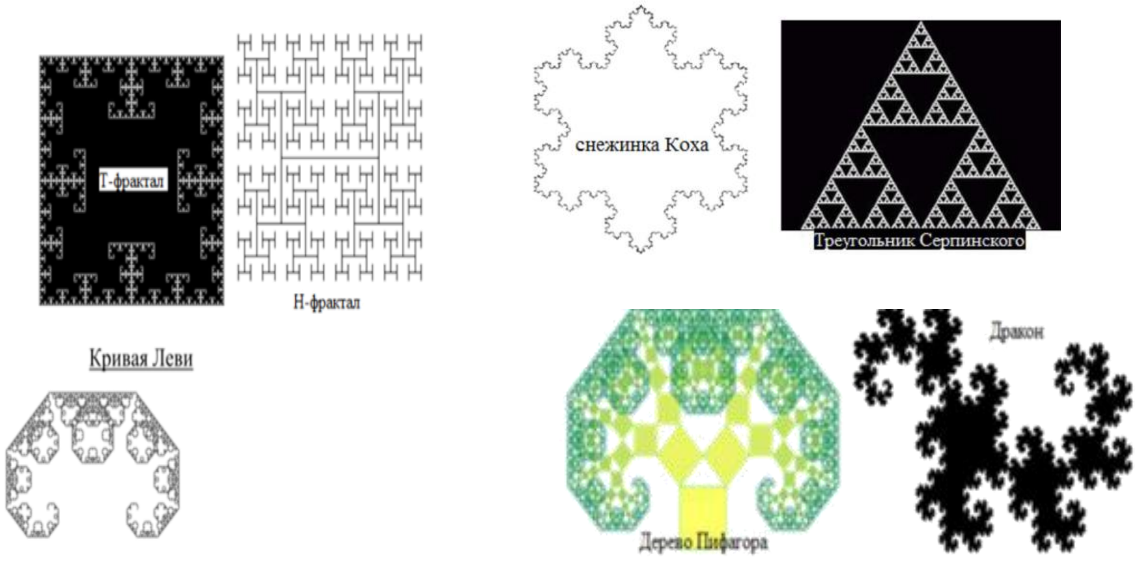
Фрактали цього типу будуються поетапно. Спочатку зображується основа, потім деякі частини основи замінюються на фрагмент. На кожному наступному етапі частини, вже побудованої фігури, аналогічні заміненим частинам основи, знову замінюються на фрагмент, взятий в потрібному масштабі. З кожним кроком масштаб зменшується. Коли зміни стають візуально непомітними, вважають, що побудована фігура добре наближає фрактал і дає уявлення про його форму. Для отримання самого фрактала потрібно нескінченне число етапів. Змінюючи основу і фрагмент, можна отримати багато різних геометричних фракталів.

Геометричні фрактали гарні тим, що, з одного боку, є предметом достатнього серйозного наукового вивчення, а з іншого боку, їх можна «побачити» - навіть людина, далека від математики, відшукає в них щось для себе. Таке поєднання нечасте в сучасній математиці, де всі об'єкти задаються за допомогою незрозумілих слів і символів. Виявляється, багато геометричних фракталів можна намалювати буквально на листочку паперу в клітинку. Відразу обмовимося, що всі одержувані зображення (у тому числі і ті, що наведені на цьому плакаті) є лише кінцевими наближеннями нескінченних за своєю суттю фракталів. Але завжди можна намалювати



таке наближення, що око не буде розрізняти зовсім дрібні деталі і наша уява зможе створити правильну картину фрактала. Наприклад, маючи досить великий аркуш міліметрового паперу і запас вільного часу, можна вручну намалювати таке точне наближення до килима Серпінського, що з відстані в кілька метрів неозброєне око буде сприймати його як справжній фрактал. Комп'ютер дозволить заощадити час і папір і при цьому ще збільшити точність малювання.

Приклади геометричних фракталів:



1.2.1. Побудова фракталів

Геометричні фрактали є яскравою наочністю. У двомірному випадку їх отримують за допомогою певної ламаної (або поверхні в тривимірному випадку), яку називають генератором. За один крок побудови алгоритму кожен із відрізків, що становлять ламану, замінюється на ламану-генератор з відповідною зміною масштабу. В результаті великої кількості повторень цих кроків $n \to \infty$, ми отримаємо геометричний фрактал. На рисунку1 показано побудову геометричного фракталу, відомого під назвою „тріадна крива Коха” для кількості кроків $n = 5$.

1.2.2. Побудова тріадної кривої Кох.

Розглянемо один із таких фрактальних об’єктів – тріадну криву Кох . Побудова кривої починається з відрізка одиничної довжини (рис. 1) – це нульове покоління кривої Кох. Далі кожна ланка (в нульовому поколінні один відрізок) замінюється на утворювальний елемент, позначений на рис. 1 через n = 1.

У результаті такої заміни отримуємо наступне покоління кривої Кох. У першому поколінні – це крива з чотирьох прямолінійних ланок, довжина кожної становить 1/3. Для отримання третього покоління необхідно виконати ті ж дії – кожна ланка замінюється на зменшений утворювальний елемент. Отже, для отримання кожного наступного покоління усі ланки попереднього покоління необхідно замінити зменшеним утворювальним елементом. Крива n-го покоління при будь-якому кінцевому n називається предфракталом. На рис.1 представлені п’ять поколінь кривої. При n прагне до нескінченності крива Кох стає фрактальним об’єктом.

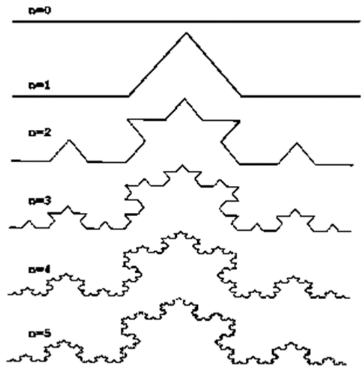


Рис 1. Побудова тріадної кривої Кох. 1

Розмірність d даної кривої визначається як:

$$d = \frac{\log N}{\log 1/r} \qquad (1.1),$$

де N - кількість рівних частин початкового відрізку;

r - коефіцієнт подібності.

В даному випадку $N = 4, r = 1/3$. За формулою (1.1) розмірність даного фракталу буде $d = \log(4)/\log(3) \approx 1{,}2618$.

В результаті отримується крива нескінченної довжини, яка заповнює обмежену множину на площині.

Побудова іншої фрактальної множини, сніжинки Коха (рис. 2), починається із правильного трикутника, довжина сторони якого дорівнює 1. Сторона трикутника вважається базовою ланкою для вихідного положення. Далі, на будь-якому кроці ітерації кожна ланка заміняється на утворюючий елемент – ламану, що складається по краях з відрізків довжиною 1/3 від довжини ланки, між якими розміщаються дві сторони правильного трикутника зі стороною в 1/3 довжини ланки. Всі відрізки – сторони отриманої кривої вважаються базовими ланками для наступної ітерації. Крива, що одержується в результаті n-ї ітерації при будь-якому кінцевому n, називається передфракталом, і лише при n, що наближається до безкінечності, крива Коха стає фракталом. Отримана в результаті ітераційного процесу фрактальна множина є лінію нескінченної довжини, що обмежує кінцеву площу. Дійсно, при кожному кроці число сторін результуючого багатокутника збільшується в 4 рази, а довжина кожної сторони зменшується тільки в 3 рази, тобто довжина багатокутника на n- й ітерації дорівнює і прагне до безкінечності з ростом n.

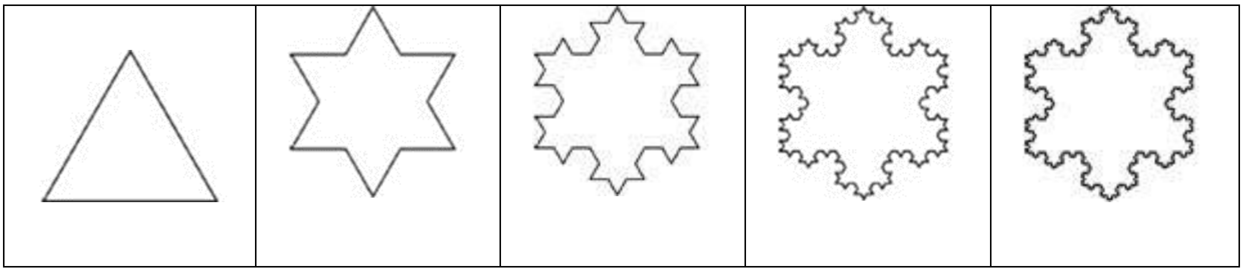


Рис 2. Перші 5 поколінь сніжинки Коха

1.2.3. Побудова «дракона» Хартера-Хейтуея.

Для отримання іншого фрактального об’єкта потрібно змінити правила побудови. Нехай утворювальним елементом будуть два рівних відрізки, з’єднані під прямим кутом. У нульовому поколінні замінимо одиничний інтервал на цей утворювальний елемент так, щоб кут був зверху. Можна сказати, що при такій заміні відбувається зміщення середини ланки.

При побудові наступних поколінь виконується правило: найпершу ліву ланку замінюють на утворювальний елемент так, щоб середина ланки зміщалася ліворуч від напрямку руху, а при заміні таких ланок, напрямки зміщення центрів відрізків повинні чергуватися. На рис. 3 представлені кілька перших поколінь і 11-е покоління кривої, побудованої за вищеописаним

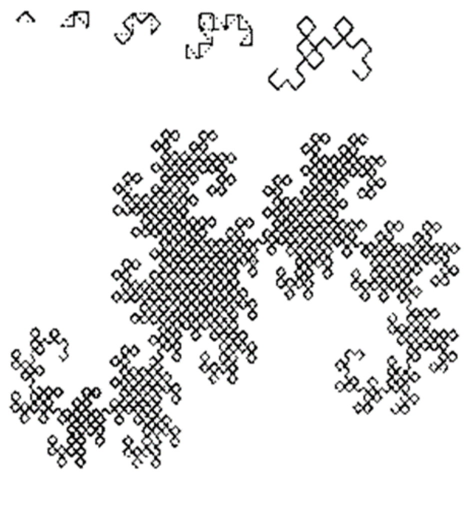


Рис 3. Побудова «дракона» Хартера-Хейтуея.

принципом. Гранична фрактальна крива (при n прагне до нескінченності) називається драконом Хартера-Хейтуея.

1.2.4. Побудова фракталу «Серветка Серпінського»

Найпростіші фрактали будуються за допомогою ітерації.

Фрактал серветка Серпінського може бути побудований як за допомогою методу простої заміни, який застосовують для побудови регулярних фракталів, так і за допомогою методу IFS.

Розглянемо алгоритм побудови, заснований на методі простої заміни. Правильний трикутник ділений середніми лініями на чотири рівні трикутники і внутрішність центрального викидаємо. З трьома трикутниками, що залишилися, робимо те ж саме і так нескінченне число разів. Після певного числа викидань залишається множина S, представлена на рис. 4, яка є серветкою Серпінського.

Для кожного заповненого трикутника з'єднайте середні точки сторін і видаліть середній трикутник. Повторюючи цей процес, виходить обмежена серветка Серпінського.

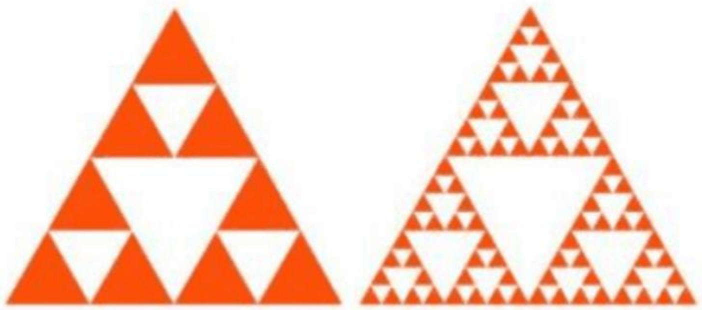


Рис.4 Серветка Серпінського 1

Серветка самоподібна . Тобто вона складається з менших копій самої себе. Фрактальна розмірність серветки Серпінського підраховується по формулі D=ln3/ln2=1,5849. Серветка має нульову площу, оскільки неважко перевірити, що в процесі її побудови була виключена площа, в точності рівна площі вихідного трикутника. Про це ж свідчить і значення фрактальної розмірності D<2, яка менше розмірності площини, на якій знаходиться цей об'єкт.

1.2.5. Фрактальні візерунки трикутника Паскаля

Всім відомий трикутник Паскаля (рис.5) за допомогою якого обчислюють коефіцієнти розкладу виразу виду. Починаючи з трикутника, що складається з одиниць, обчислюють значення на кожному наступному рівні шляхом додавання сусідніх чисел; останньою ставлять одиницю.

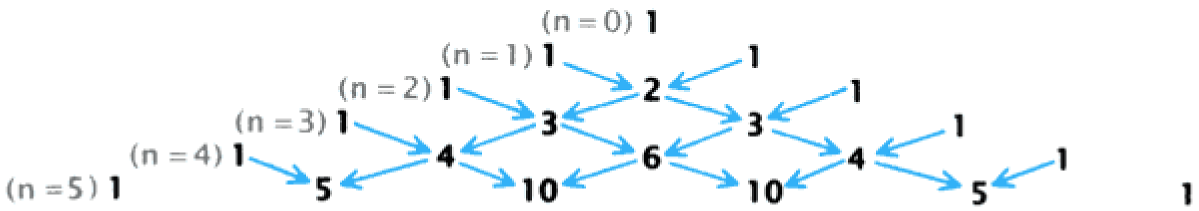
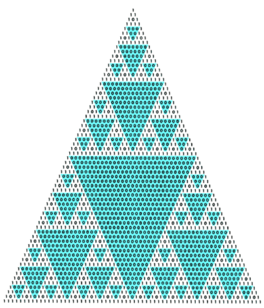


Рис .5 Трикутник Паскаля

Таким чином можна наприклад визначити, що:

$$(x+1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$$



Цей трикутник можна перетворити на привабливий фрактальний візерунок (рис.6), якщо замінити непарні коефіцієнти одиницями, а парні — нулями.

Рис .6

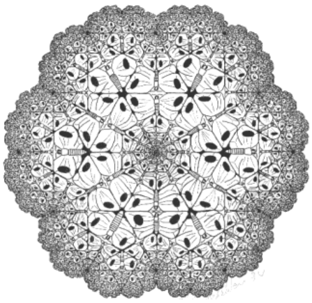
1.2.6. Генератори фракталів:

- Apophysis;
- Chaoscope;
- ChaosPro;
- Electric Sheep (англ.) Рос;
- Art Dabbler;
- Fractal Explorer;
- Fractint (англ.) Рос;
- Fractracer;
- Painter;
- IFS Builder 3d;
- Mandelbulb3D;
- Sterling (англ.) Рос;
- SpangFract (англ.) Рос;
- Ultra Fractal;
- XaoS (англ.) Рос;
- XenoDream;
- FLAM3.

Можна самостійно встановити спосіб малюнка математичною формулою. Для цього потрібно досліджувати збіжність процесу, варіювати параметри фрактала, вибрати вид зображення, а також колірну гаму. У цьому полягає відмінність фрактальних графічних редакторів від інших графічних програм.

Особливістю фрактального графічного редактора Painter (як й інших) є те, що художник, який працює не в програмі, не зможе досягти за допомогою пензля, олівця та інших інструментів тих можливостей, які закладені в графічних
редакторах.

1.3. Коло. Інверсія фракталів.



Ешерескний фрактал
Пітера Рейдшелдерса.

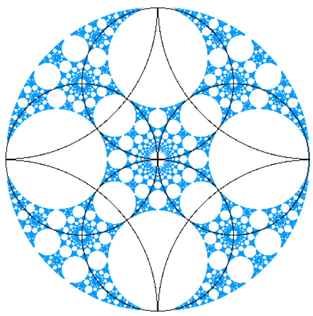
"Я вважаю ідеї у фракталах і як сукупність знань, і як метафору, неймовірно важливим способом погляду на світ".

Віце-президент та лауреат Нобелівської премії Ел Гор , New York Times

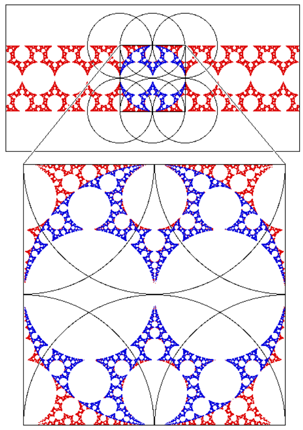
Якщо в точці перетину кути між дотичними дорівнюють раціональному кратному π, то між інверсіями виконуються точні алгебраїчні відношення. Це має значення для обчислення граничних наборів.

Кола, що перекриваються.

8 інвертуючих кіл (чорним кольором - показана лише частина найбільших чотирьох). Нетангенціальні кути перетину становлять 90 градусів.

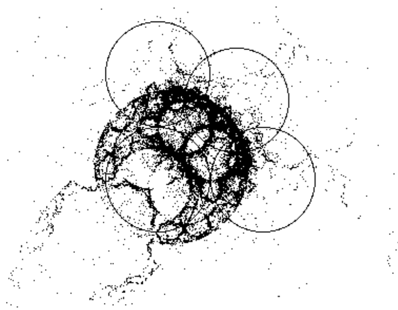


6 інвертуючих кіл з нетангенціальними перетинами 60 градусів.

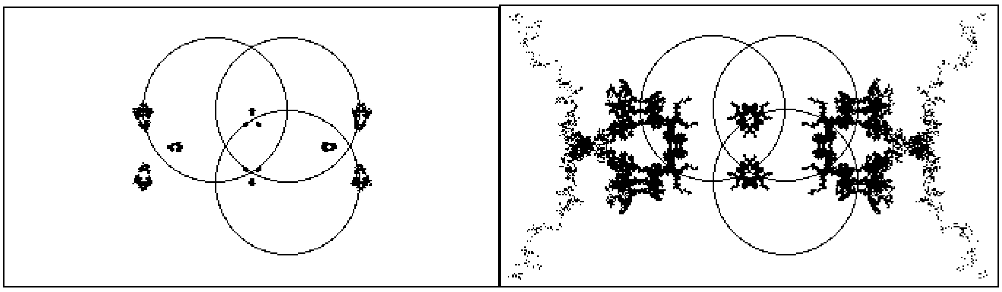


Обмеження встановлено червоним кольором; синя підмножина - це обмежений обмежений набір , точки, що створюються, якщо точка всередині кола ніколи не обернена в цьому колі.

Кілька десятків тисяч точок, породжених ***інверсією в колах радіуса 1*** та з центрами (.5, .5), (-1,1), (-1, -1) та (1, -1).



Випадковий алгоритм для кіл радіуса 1 і центрів (1, 1), (0, 1) та (1, -0.001).



Відношення інверсії кіл, що перекриваються

Коли кути перетину кіл раціональні, кратні 180 градусам, між інверсіями накладаються деякі співвідношення. Наприклад, неважко показати, чи перетинаються C_1і C_2 з кутом (m / n) 180, 0 <m <n , тоді $(I_1 I_2)^n$ = тотожність.

Лема: Якщо відкриті диски $D_{i,}$ обмежені інвертуючими колами C_i, попарно не перетинаються, єдиними відношеннями серед інверсій є $I_i{}^2$=тотожність .

Доведення: Припустимо, має місце якесь відношення $I_{i1}\dots I_{in}\dots$ = тотожність .

Візьмемо точку z_0 у комплементі закритих дисків, що відповідає D_i . Тоді

z $_1$ = I_{i1}... (z_0) лежить у D_{i1} ,

z $_2$ = I_{i2}... (z_1) лежить у D_{i2},

...,i

z $_n$ = I_{in} (z_{n-1}) лежить у D_{in} .

З гіпотетичного відношення випливає, що z_n = z_0 , неможливо, оскільки z $_0$ лежить поза всіма D $_{i,}$ а z $_n$ лежить у D $_{in}$.

Теорема: Виразні кола C_1і C_2 перетинаються з дотичними, роблячи кут (m / n) 180, 0 <m <n, тоді і лише тоді, коли відповідні інверсії I $_1$ і I $_2$ задовольняють (I $_1$ I $_2$) ^{n} = тотожність .

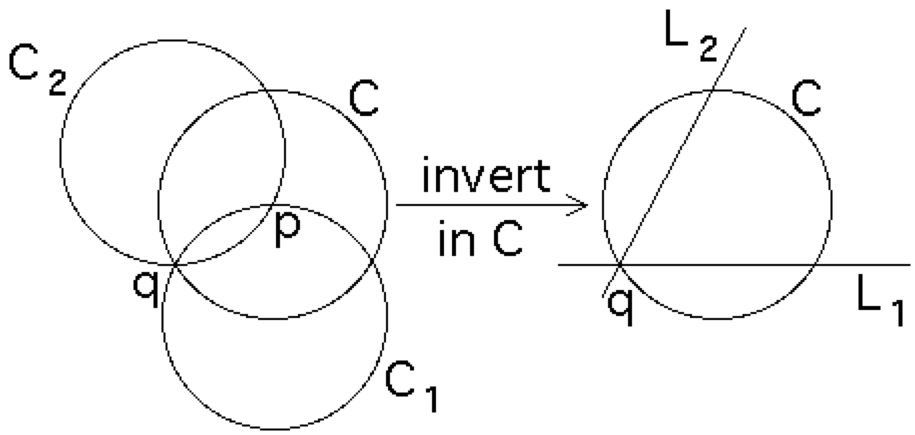
Доведення: Нехай C_1і C_2 перетинаються в двох точках, p і q.

Позначимо через C коло з центром p, що проходить через q.

Оскільки C_1і C_2 обидва проходять через центр C, інвертування в C перетворює C_1і C_2 у лінії (властивість інверсії) L_1і L_2, що перетинаються в q.

Інверсія в C перетворює інверсії в C_1і C_2 у відбиття R $_1$ через L $_1$ і R $_2$ через L $_2$.

Оскільки інверсія зберігає кути, кут між L_1і L_2 при q дорівнює куту між дотичними C_1і C_2 при q.



Загальновідомо, що композиція двох відбиттів на прямих, що перетинаються в точці q, є обертанням, приблизно q, на подвійний кут між прямими.

Наприклад, у ситуації, проілюстрованій вище, відображення через L_1 є

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

і відображення через L_2є

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \frac{1}{1+\tan^2(\theta)} \begin{pmatrix} 1-\tan^2(\theta) & 2\tan^2(\theta) \\ 2\tan^2(\theta) & -1+\tan^2(\theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

де q - кут між L_1і L_2 .

Відображення через L_1 з наступним відображенням через L_2 зменшується до

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \cos(2\theta) & -\sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & \cos(2\theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

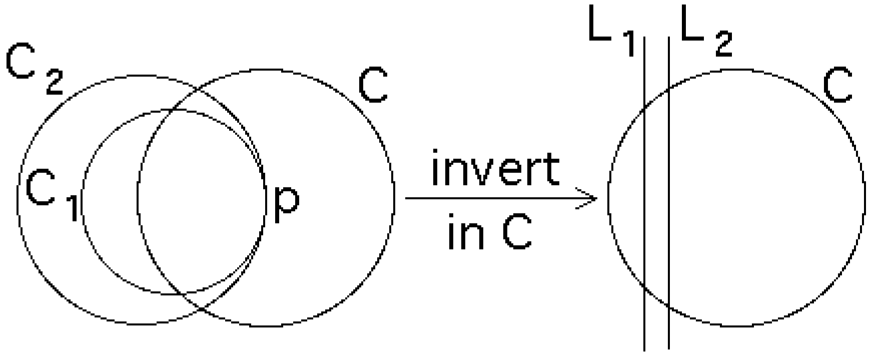
Тобто обертання на 2 q .

Якщо кут між L_1і L_2дорівнює (m / n) 180, то $(R_1R_2)^n$ - обертання на n (2m / n) 180, тобто тотожність.

Використовуючи інверсію в C, щоб перевести це відношення назад до I_1 і I_2 , ми бачимо $(I_1I_2)^n$ = тотожність.

Якщо C_1і C_2 перетинаються тангенціально в точці p, інверсія в колі C_3центром у цій точці p перетворює C_1і C_2 у лінії L_1і L_2, а інверсія в C_i у відбиття C_iчерез L_i.

Оскільки лінії різняться, жодне відношення форми $(R_1R_2)^n$ = тотожність не має значення.



Тепер припустимо $(I_1I_2)^n$ = тотожність.

тоді з леми випливає, що D_1 і D_2 перетинаються, отже, C_1 і C_2 перетинаються в двох точках, p і q.

(Випадок $C_1 = C_2$ виключається гіпотезою про різність кіл.)

Інвертування в колі C з центром p і проходження через q перетворює кола C_1 і C_2 в лінії L_1 і L_2 , а I_1 і I_2- у відбиття R_1 і R_2 через L_1 і L_2

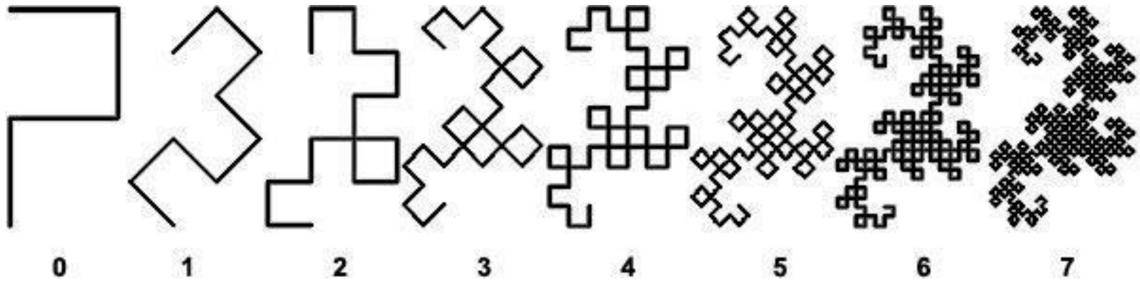
Позначимо через q кут перетину L_1 і L_2 в точці q.

Тоді, як ми бачили вище, R_1 R_2 - це обертання на 2 q , і $(I_1 I_2)^n$ = ідентичність означає n2 q = m360, отже q = (m / n) 180.

1.4. Метод рекурсії

Для отримання кожного наступного покоління, всі ланки попереднього покоління необхідно замінити зменшеним утворюючим елементом. Крива n-го покоління при будь-якому кінцевому n називається предфракталом. При n прагне до нескінченності крива Коха стає фрактальним об'єктом. Для отримання "дракона" Хартера-Хейтуея потрібно змінити правила побудови. Нехай утворюючим елементом будуть два рівних відрізка, з'єднаних під прямим кутом. У нульовому поколінні замінимо одиничний інтервал на цей, який утворює елемент так, щоб кут був зверху. Можна сказати, що при такій заміні відбувається зміщення середини ланки. При побудові наступних поколінь виконується правило: найперша зліва ланка замінюється, утворюючи елемент так, щоб середина ланки зміщалася вліво від напрямку руху, а при заміні наступних ланок напрямки зміщення центрів відрізків повинні чергуватися.

Межева фрактальна крива (при n прагне до нескінченності) називається драконом Хартера-Хейтуея. У машинній графіці використання геометричних фракталів необхідно при отриманні зображень дерев, кущів, берегової лінії. Двомірні геометричні фрактали використовуються для створення об'ємних текстур малюнка на поверхні об'єкта.



Отже, ми можемо заявити, що геометричні фрактали дуже не складні для побудови.

Однак існують й інші класифікації: ***рукотворні і природні.***

До рукотворних належать фрактали, які придумали вчені, вони при будь-якому масштабі мають фрактальні властивості.

На природні фрактали накладається обмеження на область існування, тобто максимальний і мінімальний розмір, при яких в об'єкта спостерігаються фрактальні властивості. У комп'ютерній графіці це використовується при створенні зображень складних об'єктів, схожих на природні, наприклад: хмар, снігу, сміттєвих куп, берегових ліній.

Висновки до першого розділу.

Фрактал є однією з багатьох складових частин певної субстанції, тому зникнення однієї з таких складових призводить до втрати візуальної гармонії, що людське око розпізнає одразу. Присутність фрактала, з першого погляду, можна і не помітити, якщо не заглиблюватись у досконале вивчення математики. Ця наука, дійсно, не має меж і постійно спонукає до різноманітних досліджень.

Фрактал — це математична величина, що зустрічається досить часто. Але якщо добре не придивитися, його можна і не побачити. Абсолютно точна, алгебраїчна величина, яка творить собою неймовірні фігури, візерунки та складає цікаві орнаменти, що ми зустрічаємо кожного дня. Це і листя папороті, і маленькі сніжинки та ще багато іншого.

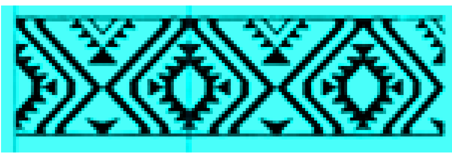
Галілео Галілей у 1623 році писав: “Вся наука записана в цій великій книзі, — я маю на увазі Всесвіт, — що завжди відкрита для нас, але яку неможливо зрозуміти, не навчившись розуміти мову, якою вона написана, а написана вона мовою математики, і її літерами є трикутники, кола і інші геометричні фігури, без яких людині неможливо розібрати жодного її слова; без них вона подібна тому, хто блукає в пітьмі…”

РОЗДІЛ ІІ. Побудова фрактального авторського принту в дизайні.

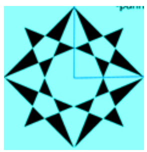
2.1. Фрактальні алгоритми в дизайні модного одягу

В останні роки фрактальна графіка знаходить застосування не тільки в математичних дослідженнях, але і в багатьох областях культури і прикладного мистецтва [1-4]. Фрактальні алгоритми в дизайні модного одягу все частіше використовуються як у якості технологічного методу і художнього прийому для створення текстильних візерунків, так і для аналізу історичної динаміки соціально-політичних процесів і змісту складних циклів моди [2-4].

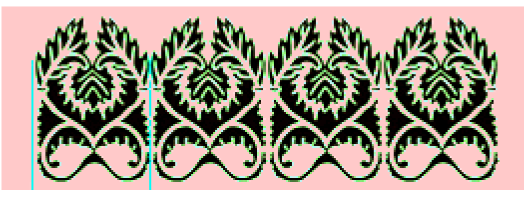
Швидка зміна пріоритетів у суспільстві початку XXI століття поставила перед дизайном одягу цілий ряд нерозв’язаних питань. Одним із них є проблема поєднання, з одного боку нової морфології, що виникла на ґрунті можливостей комп’ютерного проектування і відкриттів у сфері теорії хаосу та складних адаптивних систем, а з іншого — динамічної системи візуальних образів, які стали наслідком розвитку інформаційних та медіа-технологій. У світі установок сучасної комп'ютерно-інформаційної цивілізації є актуальним і правомірним застосування фрактальної графіки для сучасного дизайнерського оформлення текстильних матеріалів нової моделі одягу.



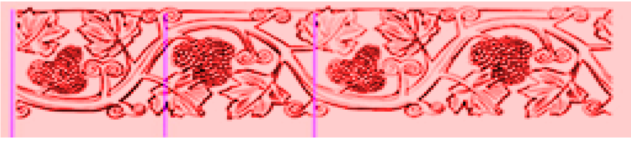
Різні види трикутників



Зірка з трикутників



Стилізоване листя



Грони винограду

Рапорт - це найменше число ниток, бісеру та т. п. при виготовленні візерунка, після якого повторюється порядок їх взаємного перекриття.

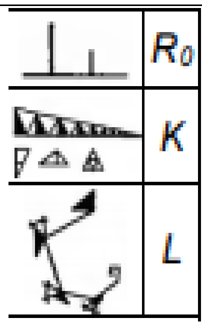
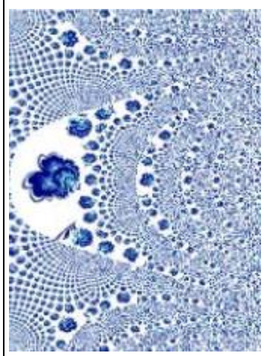
2.2. Побудови фрактального принта.

В основу фрактального підходу до творчої діяльності покладено орнаментальну симетрію. У цьому випадку образотворче поле представляється у вигляді особливої сітки різних програм фрактальної формотворчості. Орнамент проектованої моделі одягу підпорядковано головній проектній ідеї. Характерним модулем для створення костюмографічного поля обрано один з традиційних видів розпису кераміки — техніку гель. На наступному етапі розроблено фрактальний принт: проаналізовано джерело творчості і обрано графічні елементи побудови (стовпчики 1, 2, табл.1), сформовано формулу побудови (стовпчик 3, табл.1), наведено приклад, виконаний в універсальному графічному редакторі растрової графіки GIMP (стовпчик 4, табл.1).

Таблиця 1 — Фрактальні формотворчі операції для оформлення моделі одягу принтом у техніці гжель

Джерело творчості: техніка гжель - графічні елементи побудови

Приклад:

Джерело творчості: техніка гжель	Графічні елементи побудови	Побудови фрактального принта:		Приклад
		Афінний стиск Перетворення подібності Спіральна вісь подібності		
		$R_0 \cdot K \cdot L$		

Таким чином

- ✓ Встановлено, що мова симетричних орнаментів дає можливість об'єднати теорію фрактального формоутворення і методику конструктивної геометрії і на цій основі будувати цілісні програми практичного художнього проектування швейних виробів.
- ✓ Застосовано фрактальну теорію симетричних орнаментів як алгоритм фрактальних компонувальних перетворень вихідного образотворчого мотиву для розробки фрактального принта.
- ✓ Створено власні фрактальні зображення в графічній програмі GIMP, які реалізовано у вигляді фрактального принта нової моделі одягу.

2.3 Побудова фрактального (геометричного) орнаменту.

Опис етапів виконання роботи.

1. Розглянемо один з варіантів побудови квадратного геометричного орнаменту. Накреслимо квадрат 4 на 4 клітини. Спочатку він буде будуватися як центричний орнамент. Тобто рапорт буде повертатися від центру квадрата .А потім зробимо з нього стрічковий і сітчастий.

2. Накреслимо допоміжні діагональні лінії і ромби.

3. З'єднуємо кути великого квадрата з кутами маленького ромба. Рапортом в даному випадку одна восьма квадрата. Ця частина повертається на 45 градусів навколо центру.

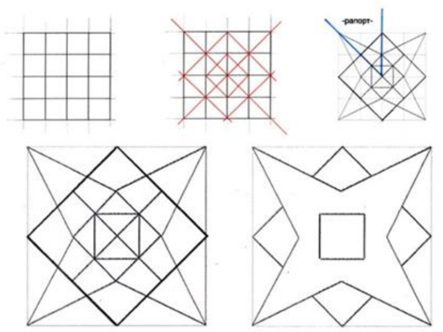
4. Вибираємо, яка форма більш складна або проста нам подобається. Стираємо зайві лінії побудови.

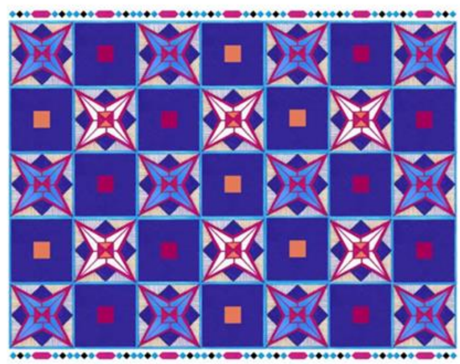
5. З однієї заготовки можна зробити багато різноманітних орнаментів за формою і кольором.

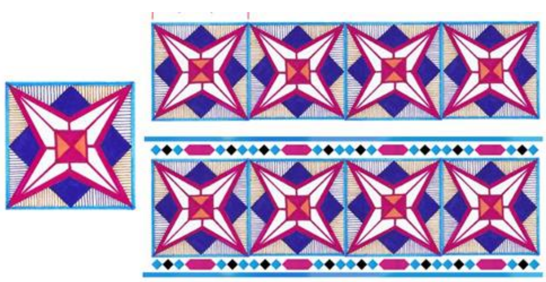
6. Вибираємо один з варіантів.

7. Тепер цей квадрат буде рапортом нашого стрічкового орнаменту. Чи можемо повертати його на 90 градусів. Прикрашаємо орнамент додатковими елементами.

8. Складаємо з нашого орнаментального квадрата сітчастий орнамент. Можемо використовувати додатковий елемент і трохи чергувати кольори.







2.4. Фрактальні шпалери

Етапи виконання роботи:

1. Вибрати основу (Рис.1)

2. Три зображення основи, розташувати на квадраті 2 на 2 (Рис.2)

Рис.1

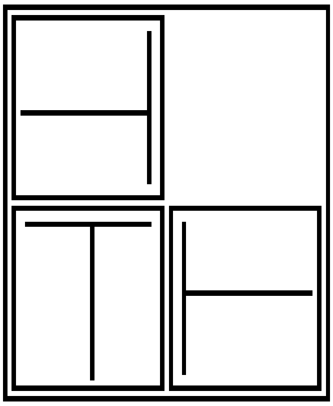


Рис. 2

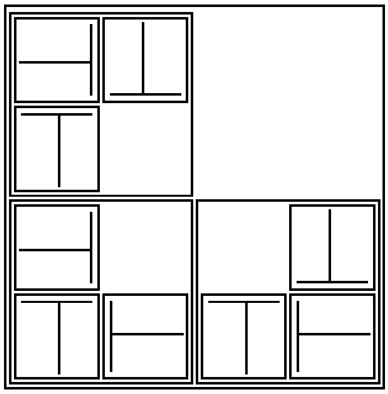
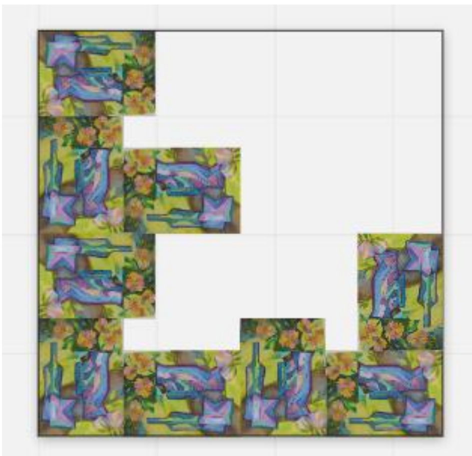
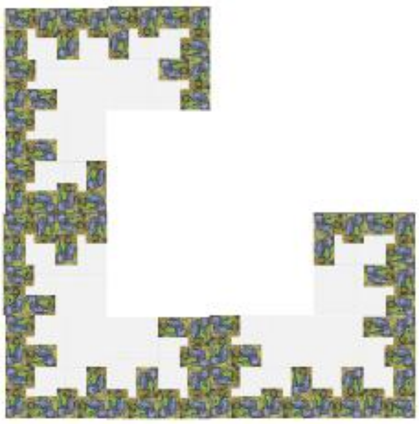


Рис.3

3. Три перші етапи розміром 2 на 2 об'єднали, щоб зробити другий етап 4 на 4, причому верхній правий квадрант заповнили чистим папером, щоб вийшов повний квадрат.(Рис.3)





ВИСНОВКИ

Дослідницька робота складається з вступу, двох розділів, висновків, списку використаних та доданків.

У проекті була поставлена мета «дізнатися, як можна використовувати фрактали до побудови авторського принту в дизайні»

В першому розділі ми розглянули основні поняття фрактальної математики, ознайомились з різними типами фракталів: геометричними, алгебраїчними, стохастичними. Навели низку прикладів широко відомих фракталів.

Другий розділ присвячено, вивченню можливостей застосування знань про фрактали в побудові орнаменту, фрактального принта.

Виконана побудова фрактальних шпалер на основі дизайну власної розробки.

Презентацію своєї роботи я представляла на заняттях математичного гуртка Миколаївського територіального відділення МАН.

В подальшому я маю намір продовжити роботу в Малій академії наук та розглянути більш досконало інверсію фракталів та розширити коло застосувань фракталів в дизайні.

Ми виконали усі поставлені перед нами завдання. Виконуючи цю роботу, ми ознайомилася с загальними відомостями про фрактали та їх властивостями.

Ми з’ясували, що фракталом називається структура, яка складається із частин, що у певному сенсі подібні до цілого. Але з математичної точки зору фрактал – це перш за все множина дробової розмірності Було проведено дослідження в області фрактального мистецтва.

Абстрактна математична структура - фрактал, отримала визнання в 70 - х роках XX століття, швидко стала модною. В основі формування фрактала лежить рекурентна процедура, тобто наступні значення отримують з попередніх. Фрактали поєднують в собі детерміновані (підкорюються певним алгоритмам формування) і стохастичні (у процесі розвитку не приймають повторюваних станів) властивості. Фрактали, звичайно, мають самоподібність.

ЛІТЕРАТУРА

Електронні джерела

1. Фрактальная геометрия мира [Електронний ресурс]: Режим доступу https://fractalmovie.ru/features/cognitive/cognitive/fractal-geometry-world
2. Фрактал.[Електронний ресурс]: Режим доступу: https://traditio.wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B0%D0%BB
3. Фракталы. (конструктивные).[Електронний ресурс]:Режим доступу https://studopedia.ru/6_61281_geometricheskie.html
4. Стохастические фракталы - .[Електронний ресурс]: Режим доступу https://vuzlit.ru/962386/stohasticheskie_fraktaly#715
5. Арт-новости, знания, энциклопедия -[Електронний ресурс]: Режим доступу: https://artchive.ru/
6. Cellular Automata Screensave Power Grid. Mandelbrot Set Fractals-[Електронний ресурс]: Режим доступу http://www.objectivej.com/
7. The following images were generated using Fractint, some have xy coordinates - all are of the Mandelbrot set of Julia fractals. [Електронний ресурс]: Режим доступу http://www.objectivej.com/fractal/index.html
8. Информационный портал Йельского университета (США). [Електронний ресурс]: Режим доступу http://classes.yale.edu/fractals/

ЛІТЕРАТУРА

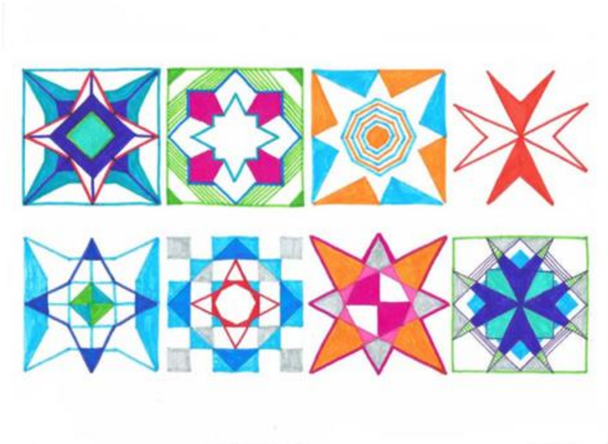
1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. / Б.Мандельброт. – Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. –660 с.
2. Николаева Е.В. Фракталы в дизайнерских коллекциях и социокультурных практиках моды / Е.В. Николаева // Дизайн и технологии. – 2013. – № 35 (77). – С. 105 – 112.
3. Кулешова С.Г. Застосування фрактальної графіки для сучасного дизайнерського оформлення текстильних матеріалів /С.Г.Кулешова // Тези доповідей Міжнародної науково – практичної конференції

«Сучасний стан легкої і текстильної промисловості: інновації, ефективність, екологічність» 28-30 жовтня 2015 р. – Херсон: Видавництво ХНТУ, 2015. – С. 83-85.

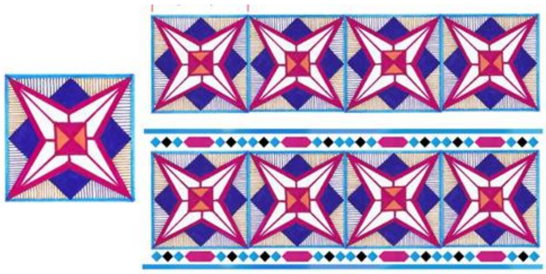
4. Кулешова С.Г. Передумови застосування фрактальної графіки для структурного аналізу сучасного костюма / С.Г. Кулешова // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – №2. – С. 55-62.

Додатки

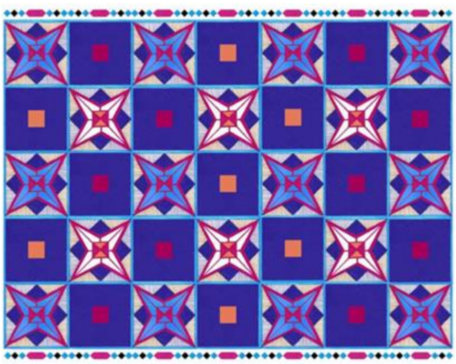
Додаток А. Фрактальний орнамент.



1).



2.)



3)

Додаток В. Фрактальні шпалери

Рис.1

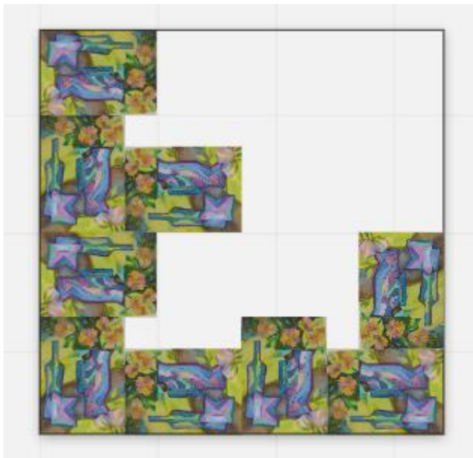


Рис. 2

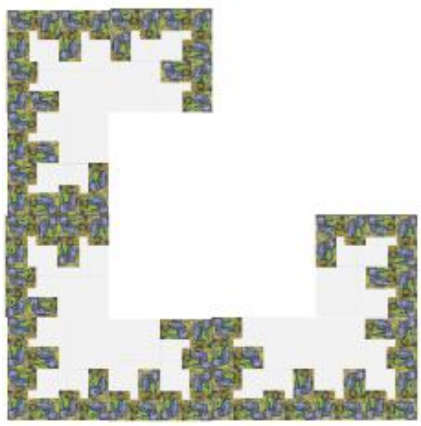


Рис.3